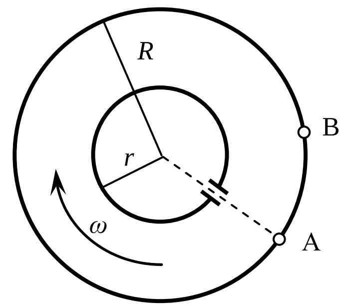
55 РЕПУБЛИЧКИ НАТПРЕВАР ПО ФИЗИКА, Прилеп - 2012 година

- прва година -

(решенија на задачите)

1. За да се измери брзината на атомите/молекулите се користи следнава експериментална постановка (експеримент на Штерн - сл. 1): посребрен спроводник низ кој тече струја се поставува долж заедничката оска на два меѓусебно поврзани коаксијални цилиндри, што може да ротираат како целина. На ѕидот од внатрешниот цилиндар е направен вертикален процеп низ кој излегуваат испарените атоми. Просторот во внатрешноста на цилиндрите е вакуумиран. Атомите кои излегле низ процепот слободно се движат кон надворешниот цилиндар и кога ќе удрат во него оставаат трага. Ако цилиндрите мируваат, трагата од атомите на среброто се добива во точката A. Ако цилиндрите ротираат со аголна брзина ω, трагата се добива во точката B, која се наоѓа на растојание s од A. Радиусите на цилиндрите се r и R.



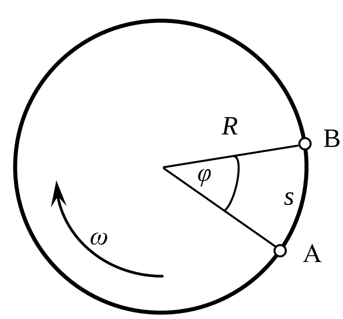
Сл. 1

а) Изразете ја брзината на атомите преку мерливите величини ω, s, r и R.

б) Ако радиусите на цилиндрите се $r = 5{,}0\ \text{cm}$ и $R = 10{,}0\ \text{cm}$, просечната брзина на сребрените атоми $v = 220\ \text{m/s}$, пресметајте колкава е најмалата фреквенција со која треба да ротираат цилиндрите за точките A и B бидат оддалечени на растојание не помало од 1 mm.

***Решение*:** **а)** Откако атомите/молекулите ќе излезат низ отворот на внатрешниот цилиндар тие треба да поминат растојание $R - r$ за да стигнат до надворешниот цилиндар. Времето потребно да го поминат тоа растојание е

$$t = \frac{R - r}{v_a}, \qquad (1)$$



Сл. 1р

каде што со v_a е означена брзина на атомите. За тоа време цилиндрите ќе се заротираат за агол

$$\varphi = \omega \cdot t, \qquad (2)$$

кој со растојанието s помеѓу точките е поврзан со следнава релација (види сл. 1р)

$$s = \varphi \cdot R . \qquad (3)$$

Со помош на горните релации се добива следниов израз за брзината на атомите

$$\boxed{v_a = \frac{\omega R(R - r)}{s}} . \qquad (4)$$

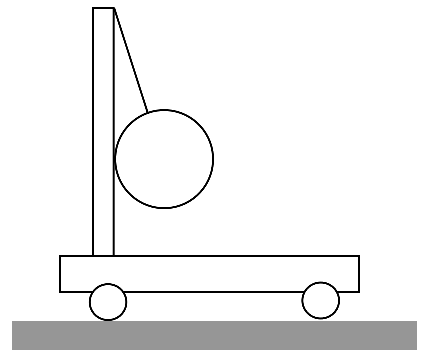
б) Од релацијата (4) ја изразуваме аголната брзина $\omega = \frac{v_a \cdot s}{R(R - r)}$. Фреквенцијата со која ротираат цилиндрите е $f = \omega/2\pi$. Бидејќи $f \propto s$, најниската фреквенција за која $s = 1\ \mathrm{mm}$, ќе биде

$$\boxed{f_{min} = \frac{v_a \cdot s}{2\pi R(R - r)} \approx 7\ \mathrm{Hz}} .$$

2. Едниот крај на конец со занемарлива маса и должина l е прицврстен за врвот на масивен столб. На другиот крај е обесена топка со радиус R која е потпрена на столбот (види сл. 2). Столбот е поставен на количка што почнува да се движи со забрзување кое се менува со текот на времето според законот $a(t) = kt$, каде што k е позитивна константа.

а) Во која насока треба да се движи количката за после извесно време топката да се одвои од ѕидот?

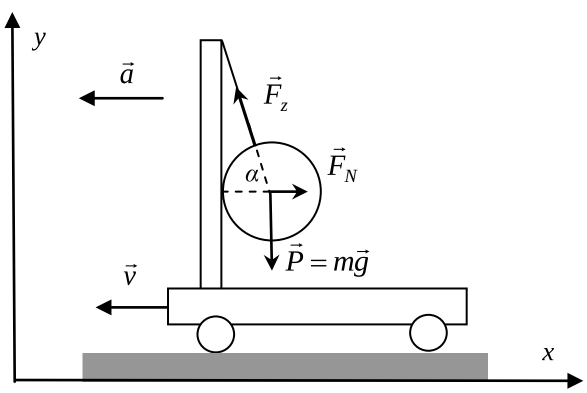
б) После колку време од почетокот на движењето, претпоставувајќи дека количката се движи во вистинската насока, ќе дојде до одвојување на топката од ѕидот?



Сл. 2

***Решение*: а)** За да дојде до одвојување на топката од столбот количката треба да се движи во лево т.е. во насоката прикажана на сл. 2.1р.

б) Се додека топката е потпрена на столбот на неа дејствуваат следниве три сили: силата тежа $\vec{P}$, силата на затегнување на конецот $\vec{F}_z$ и силата на нормална реакција на подлогата $\vec{F}_N$. Вториот Њутнов закон применет на движењето на топката гласи:



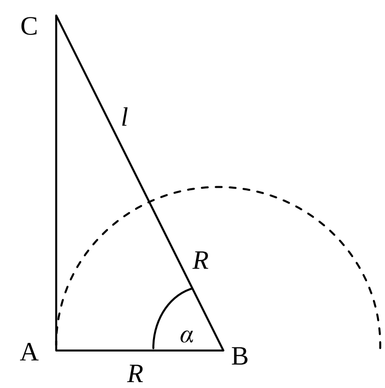
Сл. 2.1р

$$m\vec{g} + \vec{F}_z + \vec{F}_N = m\vec{a}\,. \qquad (1)$$

Избираме координатен систем како на сл. 2.1р. Проекциите на равенката (1) на оските од координатниот систем се:

$$OX: \quad F_N - F_z \cos\alpha = -ma \qquad (2а)$$

$$OY: \quad F_z \sin\alpha - mg = 0 \qquad (2б)$$



Сл. 2.2р

Со елиминација на силата на затегнување на конецот од горниот систем равенки се добива:

$$F_N - mg \cdot \mathrm{ctg}\alpha = -ma. \qquad (3)$$

Од сл. 2.2р може да се види дека

$$\mathrm{ctg}\alpha = \frac{R}{\sqrt{(l+R)^2 - R^2}} = \frac{R}{\sqrt{l^2 + 2lR}}. \qquad (4)$$

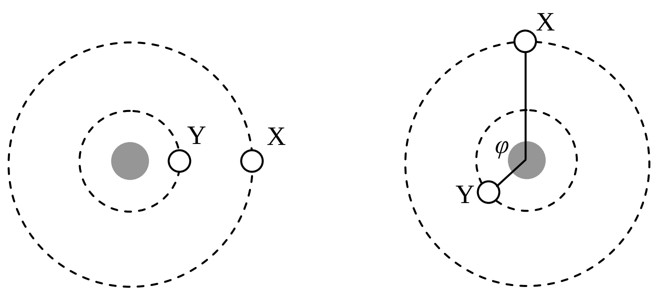
Со замена на (4) во (3) и имајќи предвид дека $a = kt$, за силата на нормална реакција на подлогата се добива:

$$F_N = \frac{mgR}{\sqrt{l^2 + 2lR}} - mkt \qquad (5)$$

Во моментот кога топката ќе се одвои од столбот, F_N станува нула. Оттука за времето потребно тоа да се случи се добива:

$$\boxed{t = \frac{gR}{k\sqrt{l^2 + 2lR}}}.$$

3. Две планети X и Y се движат по кружни орбити околу ѕвезда во спротивна насока од насоката на движење на стрелките на часовникот (сл. 3). Радиусите на нивните орбити се однесуваат како 3 : 1. Во даден момент тие се распоредени како на сл. 3а, т.е. сите три небески тела лежат на иста права. Во текот на следните пет години планетата X се поместила за 90 ° и се наоѓа во положбата прикажана на сл. 3б. Каде се наоѓа во тој момент планетата Y? Положбата на планетата Y може да ја зададете преку аголот што го формираат радиус векторите на двете планети во дадениот момент. Заемнодејството помеѓу планетите да се занемари.



Сл. 3а Сл. 3б

Решение: Во услови кога гравитационото заемнодејство помеѓу планетите може да се занемари, секоја од нив се движи само под дејство на гравитационата сила на ѕвездата. Од Вториот Њутнов закон $\vec{F} = m\vec{a}$, изразот за гравитационата сила $F = \gamma \cdot m_1 m_2 / r^2$, како и фактот дека планетите поседуваат само центрипетално забрзување $a_c = v^2/r$ (изведуваат рамномерно кружно движење) се добиваат следниве релации:

$$\gamma \frac{Mm_x}{r_x^2} = \frac{m_x v_x^2}{r_x} = m_x \omega_x^2 r_x \quad \text{(1а)} ; \qquad \gamma \cdot M = \omega_x^2 r_x^3 \quad \text{(1б)}$$

$$\gamma \frac{Mm_Y}{r_Y^2} = \frac{m_Y v_Y^2}{r_Y} = m_Y \omega_Y^2 r_Y \quad \text{(2а)} ; \qquad \gamma \cdot M = \omega_Y^2 r_Y^3 \quad \text{(2б)}$$

каде што γ е универзалната гравитациона константа, M е маса на ѕвездата, m_x и m_y се маси на планетите, r_x и r_y се радиуси на орбитите, v_x и v_y се линиските брзини и ω_x и ω_y се аголните брзини на планетите. Бидејќи левите страни на равенките (1б) и (2б) се еднакви со изедначување на десните страни се добива

$$\omega_x^2 r_x^3 = \omega_Y^2 r_Y^3 \; ; \qquad \frac{\omega_x^2}{\omega_Y^2} = \frac{r_Y^3}{r_x^3} \; ; \qquad \frac{T_x^2}{T_Y^2} = \frac{r_x^3}{r_Y^3} \; . \qquad (3)$$

T_X и T_Y се периодите на планетите. Последната равенката во (3) е всушност третиот Кеплеров закон.

Бидејќи радиус векторот на планетата X опишал агол од 90° за време $t = 5$ год., нејзиниот период изнесува $T_x = 4t = 20$ год. Од условот во задачата, според кој, $r_x / r_Y = 3$ и последната равенка во (3) за периодот на планетата Y наоѓаме

$$T_Y = \frac{T_x}{\sqrt{3^3}} = 3{,}85 \text{ год.} \qquad (4)$$

Радиус векторот на планетата Y во текот на дадениот временски интервал $t = 5$ год. опишува агол $\varphi_Y = \omega_Y t = \frac{2\pi}{T_Y} t = 8{,}16 \text{rad}$ или изразен во степени $\varphi_Y = 467{,}5°$. Тоа означува дека планетата направила едно цело завртување и го прави вториот круг. Аголот помеѓу радиус векторите на двете планети во дадениот момент изнесува

$$\boxed{\Delta\varphi = (\varphi_Y - 360°) - 90° = 17{,}5°}.$$

4. Температурата на n = 3 mol идеален гас се менува по законот $T = \alpha V^2$, каде што α = 0,7 K/m^6. Да се пресмета работата што ја врши гасот, ако притоа неговиот волумен се зголемил од V_1 = 1,4 m^3 на V_2 = $2V_1$. Да се образложи дали при ваквиот процес се ослободува или се апсорбира топлина.

Решение: Од условот на задачата,

$$T = \alpha V^2$$

Ако оваа равенка ја ставиме во равенката за идеален гас, добиваме:

$$pV = nR\alpha V^2$$

Ако резултатот го поделиме со V од двете страни, се добива:

$$p = nR\alpha V$$

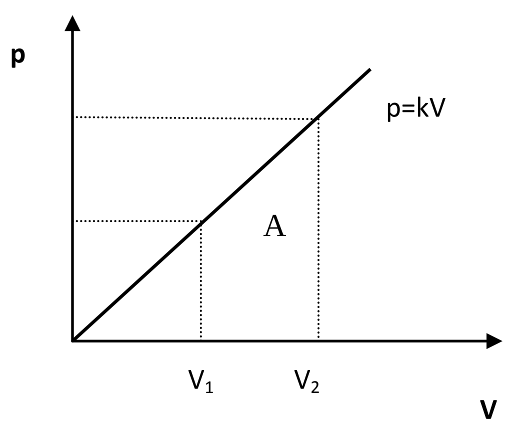
Како што се гледа, n, R и α се сите константи, па можеме да напишеме:

$$p = kV$$

каде што

$$k = nR\alpha$$

па заклучуваме дека постои линеарна зависност помеѓу притисокот и волуменот. Тоа графички може да го претставиме на p - V дијаграм:



Ако ги напишеме равенките на состојба за случајот кога волуменот на гасот е V_1, односно V_2, а притисокот p_1, односно p_2,

$$p_1 V_1 = nR\alpha V_1^2$$

$$p_2V_2 = nR\alpha V_2^2$$

и ги одземеме, се добива:

$$p_2V_2 - p_1V_1 = nR\alpha(V_2^2 - V_1^2)$$

Работата што ја врши гасот е плоштината помеѓу графот и x-оската помеѓу состојбите со волумен V_1 и V_2. Тоа јасно се гледа од графикот и аналитички може да се претстави на следниов начин

$$A = \frac{1}{2}(p_2V_2 - p_1V_1)$$

или од погоре добиеното

$$A = \frac{1}{2}nR\alpha(V_2^2 - V_1^2).$$

Во конкретниот случај,

$$A = 51{,}3 \text{ J}.$$

Бидејќи волуменот се зголемил $(V_2^2 - V_1^2) > 0$, следува $\Delta T = T_2 - T_1 = \alpha(V_2^2 - V_1^2) > 0$

Од првиот принцип на термодинамиката,

$$\Delta Q = \Delta U + A = mc_{\mathrm{v}}\Delta T + A$$

па бидејќи $A > 0$ и $\Delta U > 0$, следува

$$\Delta Q > 0$$

односно топлина е апсорбирана од страна на гасот.

5.Од хоризонтална цевка со плоштина на отворот од 20 cm^2 истекува воден млаз со брзина од 5 m/s и удира врз вертикален ѕид. Да се најде силата со која што водата дејствува на ѕидот, ако по судирот водата не се одбива, туку се слева по ѕидот. Да се пертпостави дека напречниот пресек на млазот вода при судирот со ѕидот е ист со напречниот пресек на цевката. За густината на водата да се земе $\rho \approx 1000$ kg/m^3.

Решение. Нека со Δm ја означиме масата на водата што за време Δt удира во ѕидот. При судирот водата не се одбива од ѕидот, туку моментално застанува и се слева по ѕидот под дејство на земјината тежа. Поради тоа, промената на импулсот на масата вода при судирот изнесува Δmv, па силата со која што водата дејствува врз ѕидот е:

$$F = \frac{\Delta mv}{\Delta t}.$$

Бидејќи $\Delta m = \rho Sv\Delta t,$ за силата се добива:

$$F = \rho Sv^2 = 50 \text{ N}.$$